UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Analyse mathématique de fonctions d'une seule et plusieurs variables

L1S1 PSI

13 Janvier 2012

Durée: 1 heure

Documents et outils électroniques non autorisés

Exercice 1. *Calculer les intégrales suivantes:*

$$\int_{-1}^{1} \frac{x^2+1}{x^2-5x+6}dx, \quad \int_0^1 \arctan(x) \times \frac{e^{3\arctan x}}{1+x^2}dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t)\cos(t)\ln(1+\sin(t))dt, \quad \int_0^{\pi} \sin(nt)\sin(mt)dt \ \forall n, m \in \mathbb{N}$$

Exercice 2. *Soit* $I =]0, +\infty[$.

(1) *Résoudre sur* I *l'équation différentielle* $y'(t) = -\frac{1}{t}y(t)$.

(2) *Résoudre sur* I *l'équation différentielle* $y'(t) = -\frac{1}{t}y(t) + \frac{t}{1+t^2} \quad (E)$.

(3) *En déduire la (les) solution(s) de* (E) *satisfaisant la condition initiale* $y(1) = 1$.

Exercice 3. (1) *Résoudre l'équation différentielle* $y'(x) = \frac{1+y(x)^2}{x} \quad (E)$.

(2) *Soit* f *une solution de l'équation différentielle*

$$y'(x) = \frac{y(x)^2}{x^2} + \frac{y(x)}{x} + 1.$$

Montrer que la fonction $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ *est solution de l'équation différentielle* (E). *En déduire* f.

Bonus: *Quel est la forme du domaine de définition de* f *?*