UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Analyse mathématique de fonctions d'une seule et plusieurs variables

L1S1 CH,MPC, PSI et EOST

Examen Janvier 2013, Durée : 2 heures

Documents et outils électroniques non autorisés

Exercice 1. (1) *Calculer la limite suivante :*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\exp(x) - \cos(x^2)}{\sin(3x)}$$

(2) *Calculer la limite suivante :*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{x^3}$$

(3) *Sans calculer l'intégrale, déterminer le développement limité de* $f(x) = \int_0^{3x} \exp(t^2)dt$ *à l'ordre* 2 *autour de* $x = 0$. *On pourra utiliser le Théorème de Taylor-Young.*

Exercice 2. *Calculer les intégrales suivantes :*

(1)

$$\int_0^{\pi} \sin(17x)\sin(31x)dx$$

(2)

$$\int_3^5 \frac{3x-3}{x^2-x-2}dx$$

(3)

$$\int_1^2 \exp(\sqrt{x})dx$$

Exercice 3. (1) *Résoudre l'équation différentielle suivante sur* $[0, \infty[$ *:*

$$(EH) \qquad y'(t) = \frac{t}{1+t^2}y(t)$$

(2) *Trouver une primitive de* $e^{\sqrt{t}}$.

(3) *En appliquant la méthode de variation de la constante résoudre l'équation différentielle :*

$$(E) \qquad y'(t) = \frac{t}{1+t^2}y(t) + \sqrt{(1+t^2)}e^{\sqrt{t}}.$$

(4) *Trouver la solution de* (E) *telle que* $y(1) = 1$.

Exercice 4. (1) *Résoudre l'équation différentielle suivante sur* $\mathbb{R}$ *:*

$$(ES) \qquad y'(t) = t\ (y^2(t) + y(t))$$

(2) *Trouver la solution de l'équation (ES) telle que* $y(0) = 1$.

(3) *Calculer l'intervalle maximale d'existence de la solution trouvée au point précédent.*