

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
Mathématiques en filières Chimie, PC, PSI et STI
Contrôle Continu 05 Janvier 2015
Durée : 2 heures
Calculatrices et documents non autorisés

Exercice 1.

(1) Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - e^{\tan(x)}}{\sin(x) - \tan(x)} .$$

(2) En utilisant les développements limités, calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 3x)^{\frac{1}{3}} - 1 - \sin(x)}{1 - \cos(x)} .$$

(3) En utilisant les développements limités, calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} .$$

Exercice 2.

(1) En utilisant la décomposition en éléments simples calculer l'intégrale suivante :

$$\int_1^2 \frac{t^2 + 3}{t^2 + t} dt$$

(2) En utilisant la méthode d'intégration par changement de variable calculer l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 e^{-t} \ln(1 + e^t) dt .$$

(3) En utilisant la méthode d'intégration par parties calculer l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 x \arctan(x) dx .$$

Exercice 3.

(1) Trouver une primitive $F(t)$ de $f(t) = \frac{1}{t(t+2)}$.

(2) Résoudre l'équation différentielle :

$$(EH) \quad y'(t) = (2t - 1)y(t) .$$

(3) Résoudre l'équation différentielle :

$$(E) \quad y'(t) = (2t - 1)y(t) + \frac{1}{t(t+2)} e^{t^2-t} .$$

(4) Quelle solution de (E) vérifie la condition initiale $y(1) = 0$?
