

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
Mathématiques en filières Chimie, PC, Physique et STU
Contrôle Continu 5 Janvier 2016
Enseignant responsable : M. Atlagh
Durée : 2 heures
Calculatrices et documents non autorisés

Exercice 1.

- (1) Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de $e^{-x} + x \cos(2x)$.
- (2) Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de $(1+x)^{\frac{1}{4}}$.
- (3) (a) Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de $g(x) = \sin(2x) - 2 \sin(x)$.
(b) Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 2 de $h(x) = \ln(1-x) + x$.
(c) Dédurre, de ce qui précède, la limite en 0 de la fonction f définie par $f(x) = \frac{g(x)}{xh(x)}$.

Exercice 2.

- (1) Calculer une primitive de $f(x) = x \cos(3x + 1)$.
- (2) (a) Déterminer les 2 nombres réels a et b tels que
$$\frac{x+1}{(x-1)(x-2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}.$$
(b) En déduire une primitive de l'expression $\frac{x+1}{(x-1)(x-2)}$. (On précisera sur quel intervalle)
- (3) Calculer $\int_{-4}^{-3} \frac{1}{x^3} dx$.
- (4) Calculer une primitive de $f(x) = \frac{x^5}{1+x^{12}}$ (on rappellera une primitive de $\frac{1}{1+x^2}$ puis on fera un changement de variable simple).

Exercice 3. On considère l'équation différentielle E suivante, sur l'intervalle $]0, +\infty[$

$$y'(x) = (x^5 + \sin(\pi x))y(x) + x^{\frac{3}{4}} \exp\left(\frac{x^6}{6} - \frac{\cos(\pi x)}{\pi}\right).$$

- (1) Résoudre l'équation homogène E_0 associée : $y'(x) = (x^5 + \sin(\pi x))y(x)$.
 - (2) En appliquant la méthode de variation de la constante, trouver une solution de E et donner l'ensemble des solutions de E .
 - (3) Déterminer la solution y de E qui vérifie $y(1) = 0$.
-