UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
Mathématiques en filières Chimie, PC, Physique et STU
Contrôle continu 6 Janvier 2017
Enseignant responsable : Mohamed Atlagh
Durée : 2 heures
Calculatrices et documents non autorisés

FILIÈRE : NUMÉRO DE GROUPE :

NOM et PRÉNOM :

Pour chacune des questions de cette épreuve, on demande de donner la réponse puis une justification succincte de celle-ci dans les emplacements prévus. Cela suppose un travail préalable au brouillon, puis le report sur cette feuille des points essentiels des calculs. Aucune page supplémentaire ne sera acceptée ni corrigée.

Exercice 1. *(~ 5 points)*

1. *Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de* $e^{2x} - 2x\cos(x)$.
2. *Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de* $(1+2x)^{\frac{1}{3}}$.
3. *Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de* $g(x) = \sin(4x) - 4\sin(x)$, *puis le développement limité en 0 à l'ordre 2 de* $h(x) = \ln(1+2x) - 2x$ *et en déduire la limite en 0 de la fonction* f *définie par* $f(x) = \frac{g(x)}{xh(x)}$.

RÉPONSE :

Exercice 2. *(~ 7 points)*

1. *Calculer une primitive de* $f(x) = x\sin(4x-3)$.
2. *Déterminer les 2 nombres réels a et b tels que :* $\dfrac{2-x}{(x+1)(x+2)} = \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{b}{x+2}$.
En déduire une primitive de la fonction $\dfrac{2-x}{(x+1)(x+2)}$ *(on précisera sur quel intervalle).*
3. *Calculer* $\displaystyle\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x^4}dx$.
4. *Calculer une primitive de* $f(x) = \dfrac{3}{1+5x^2}$ *(on rappellera une primitive de* $\dfrac{1}{1+x^2}$ *puis on fera un changement de variable simple).*

RÉPONSE :

Exercice 3. *(~ 8 points)*

On considère l'équation différentielle E suivante, sur l'intervalle $]0, +\infty[$:

$$y'(x) = (-2x^3 + \cos(5x))y(x) + \frac{x^{\frac{7}{5}}}{\exp\left(\frac{x^4}{2} - \frac{\sin(5x)}{5}\right)}.$$

1. *Résoudre l'équation homogène* E_0 *associée :* $y'(x) = (-2x^3 + \cos(5x))y(x)$.
2. *En appliquant la méthode de variation de la constante, trouver une solution de E et donner l'ensemble des solutions de E.*
3. *Déterminer la solution y de E qui vérifie* $y(\pi) = -1$.
4. *L'équation E admet elle une solution dont la limite en* $+\infty$ *soit égale à 4 ?*

RÉPONSE :