

Contrôle Continu de Mécanique n°2

(Calculatrices et portables non autorisés, documents non autorisés)
(Tout résultat non justifié sera considéré comme inexistant)

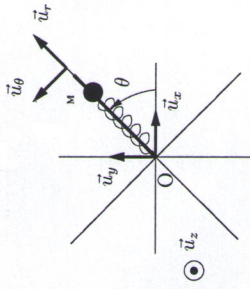
Exercice 1 (Mouvement d'un ballon)

Le gardien de but fait la remise en jeu du ballon de football à partir de sa surface de réparation en tirant le ballon avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle θ avec la direction horizontale. Le ballon est soumis à son seul poids et les forces de frottement sont négligées.

- 1) Représenter graphiquement le repère que vous utiliserez ainsi que le mouvement du ballon. On imposera comme origine O du repère la position du ballon à l'instant $t = 0$ du coup d'envoi.
- 2) Déterminer à partir du principe fondamental de la dynamique les vecteurs accélération, vitesse et position du ballon en fonction du temps.
- 3) Déterminer le moment cinétique du ballon $\vec{L}(O)$ par rapport à l'origine à tout instant t .
- 4) Déterminer le moment des forces appliquées sur le ballon $\vec{\Gamma}(O)$ par rapport à l'origine à tout instant t .
- 5) Énoncer le théorème du moment cinétique et vérifier qu'il s'applique ici.

Exercice 2 (Masse accrochée à un ressort)

Soit \mathcal{R} le référentiel du laboratoire supposé galiléen et muni du repère cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ tel que l'accélération de la pesanteur \vec{g} est dirigée selon $-\vec{u}_z$. Dans ce référentiel, une tige horizontale tourne dans le plan (\vec{u}_x, \vec{u}_y) avec une vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ constante, θ étant l'angle polaire (voir figure). Un mobile M de masse m , assimilable à un point matériel, repéré par ses coordonnées polaires r et θ , coulisse sans frottement sur cette tige et est attaché à une extrémité d'un ressort. L'autre extrémité est fixée sur la tige en O. On note k la constante de raideur du ressort de longueur à vide ℓ_0 . On note \mathcal{R}' le référentiel lié à la tige muni du repère cylindrique $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.



On se place dans \mathcal{R}' , le référentiel relatif lié à la tige.

- 1) Le référentiel \mathcal{R}' est-il galiléen ? Justifier votre réponse.
- 2) Exprimer dans la base locale $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ les vecteurs position, vitesse et accélération de M dans \mathcal{R}' .
- 3) Faire le bilan des forces agissant sur M dans \mathcal{R}' et écrire explicitement chaque force dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.
- 4) Dans ce mouvement dans \mathcal{R}' , quelles sont les forces qui travaillent ? Justifier votre réponse.
- 5) En supposant que la force d'inertie d'entraînement dérive d'une énergie potentielle, montrer que l'énergie potentielle $E_p(r)$ du système s'écrit :

$$E_p(r) = \frac{k}{2} (r - \ell_0)^2 - \frac{m}{2} \omega^2 r^2 + C$$

où C est une constante.

- 6) Déterminer dans \mathcal{R}' l'énergie mécanique $E_m(r)$ du système. Cette énergie est-elle conservée ? Justifier votre réponse.