Université de Strasbourg

Novembre 2014

Licence de Physique 1ère année
Licence de Sciences pour l'Ingénieur 1ère année
Licence de Physique Chimie 1ère année

Contrôle Continu de Mécanique n° 2

Aucun document n'est autorisé. Aucune calculatrice n'est autorisée.

Durée 1 heure

Exercice 1

Calculer les intégrales ou les primitives suivantes :

a) $I = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{x^3}\,dx$, b) $I = \int_{1}^{5} \frac{1}{x}\,dx$, c) $I = \int \frac{\cos(x)}{\sin(x)}\,dx$,

d) $I = \int \sin(x)\cos^2(x)\,dx$, e) $I = \int_a^b 3\,e^{2x}\,dx$, f) $I = \int (x^3+2x^2-1)\,dx$,

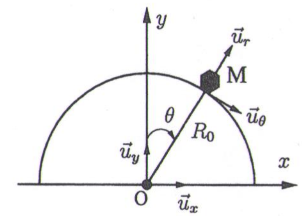
g) $I = \int (2\sin(x) - \cos(x))\,dx$, h) $I = \int x e^{2x}\,dx$.

Exercice 2

1. Donner la définition d'une force centrale de centre de force O.
2. Énoncer le théorème du moment cinétique (on ne demande pas de le démontrer).
3. Une particule de masse m assimilable à un point matériel M et animée d'une vitesse $\vec{v}$, est soumise à une force centrale de centre de force O.
   (a) Montrer que $\vec{L}_O$, le moment cinétique de M par rapport à O est une constante du mouvement.
   (b) En déduire que le mouvement est plan.

Exercice 3

Un esquimau laisse glisser sans vitesse initiale, un glaçon de masse m depuis le haut d'un igloo hémisphèrique de rayon R_0. Sa position sur l'igloo est repérée par l'angle θ avec la verticale. Il sera avantageux de traiter le problème dans la base polaire définie par les vecteurs unitaires $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$. On négligera toute force de frottement.



1. Écrire $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ dans la base cartésienne $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$. Réciproquement, donner les expressions de $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.
2. Exprimer la position $\overrightarrow{OM}$, la vitesse $\vec{v}$, et l'accélération $\vec{a}$ dans la base polaire.
3. Faire le bilan des forces s'exercant sur le glaçon, et donner leurs expressions dans la base polaire.
4. En utilisant le principe fondamental de la dynamique donner la réaction $\vec{R}_N$ de l'igloo sur le glaçon en fonction de θ, $\frac{d\theta}{dt}$ et des constantes du problème.
5. Déterminer l'énergie potentielle $E_p(\theta)$ du système en fonction de θ. On prendra $E_p(\theta = \frac{\pi}{2}) = 0$.
6. En déduire le travail des forces s'exercant sur le glaçon entre le sommet et la position θ.
7. À l'aide du théorème de l'énergie cinétique (TEC), exprimer la vitesse v du glaçon en fonction de g,R_0 et θ.
8. Déterminer $\vec{R}_N$ en fonction de θ.
9. On note θ_0 l'angle limite pour lequel le glaçon perd le contact avec l'igloo. Calculer la valeur de $\cos(\theta_0)$.