

**Contrôle continu du cours Méthodes Mathématiques de la Physique**

(Calculatrices et portables non autorisés, documents non autorisés)  
(Tout résultat non justifié sera considéré comme inexistant)

**Exercice 1 (2 points)**

Calculer les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{4}}{x - 4}, \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2 - 4}{x^2}\right), \quad c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x - 2)}{x - 3}, \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{-x} \cos x.$$

**Exercice 2 (6 points)**

Calculer les dérivées premières des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{3x - 2}{x^2}, \quad b) f(x) = \sin^2(5x^2 - 1), \quad c) f(x) = \ln\left[\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)\right],$$
$$d) f(x) = \arctan x, \quad e) f(x, y) = \sin\left(\frac{y}{x}\right), \quad f) f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

**Exercice 3 (3 points)**

Calculer le gradient des fonctions

$$a) f_1(x, y) = \ln(x^2 + y^2), \quad b) f_2(x, y) = e^{x^2 + y^2}, \quad c) f_3(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

**Exercice 4 (3 points)**

Calculer la divergence des fonctions

$$\vec{\omega}_o = \begin{pmatrix} \omega_{o_x} \\ \omega_{o_y} \\ \omega_{o_z} \end{pmatrix} = \overrightarrow{\text{const}}$$

$$a) \vec{F}_1(x, y) = \vec{r} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y, \quad b) \vec{F}_2(x, y) = \sin(kx)\vec{u}_x + \vec{u}_y, \quad c) \vec{F}_3(x, y, z) = \vec{\omega}_o \times \vec{r}.$$

**Exercice 5 (2 points)**

Démontrer que le rotationnel du gradient d'une fonction scalaire  $f(\vec{r})$  est toujours nul :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{\nabla} f) = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} f) = 0.$$

**Exercice 6 (4 points)**

Résoudre les intégrales suivantes :

$$a) \int x^2 \ln x \, dx, \quad b) \int_3^4 \frac{x + 2}{2x^2 - x - 1} \, dx, \quad c) \int_0^1 3x^2 e^{-2x^3} \, dx, \quad d) \int_{-3}^0 \frac{1}{x + 2} \, dx.$$