Université de Strasbourg
Licence 1ère année PSI et PC

Mai 2016
Durée 1 heure

Contrôle continu n° 2 du cours Méthodes Mathématiques de la Physique

(Calculettes et portables non autorisés, documents non autorisés)

(Tout résultat non justifié sera considéré comme inexistant)

Exercice 1 (4 points)

Etudier les séries suivantes et préciser à chaque fois selon quel critère on peut dire que ces séries convergent ou divergent :

a) $S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 4n + 1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 \mp \cdots$, b) $S_2 = 1 + 2 + 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{2^n}$.

Exercice 2 (2 + 3 = 5 points)

Donner la solution des équations différentielles qui satisfont aux conditions initiales :

a) $x\,f'(x) - 3\,f(x) = x^4$, $f(x\!=\!1) = 0$

b) $x^3\,f''(x) + 2\,x^2\,f'(x) = 6\,x^3$. $f(x\!=\!1) = 1$, $f'(x\!=\!1) = 4$

Exercice 3 (4 points)

Pour pouvoir donner la solution générale de l'équation différentielle

$$xf''(x) + (x-1)f'(x) + (3-12x)f(x) = 0 \, ,$$

et sachant que $f_1(x) = e^{3x}$ est une solution de l'équation différentielle, en construire une deuxième par la méthode de la réduction de l'ordre.

Exercice 4 (3 points)

Trouver un système fondamental pour les équations différentielles suivantes

a) $f''(x) + 3\,f'(x) + 2\,f(x) = 0$ b) $f'''(x) - f''(x) + f'(x) - f(x) = 0$.

Exercice 5 (4 points)

Ayant résolu l'équation différentielle homogène on connait en $f_1(x) = x^{5/2}$ et $f_2(x) = x^{-1/2}$ un système fondamental de l'équation différentielle

$$4\,x^2\,f''(x) - 4\,x\,f'(x) - 5\,f(x) = -10\,x^2 \, .$$

En utilisant la méthode de variation des constantes, déterminer une solution particulière $f^*(x)$ de l'équation différentielle inhomogène.