Université de Strasbourg
Licence 1re année PSI, STUE, MPC

Mai 2014

Contrôle Continu de Vibrations-Ondes n° 3

Aucun document n'est autorisé - Les portables et leurs calculatrices ne sont pas autorisés.
Les calculatrices seules sont autorisées.
Durée 2 heures.

Exercice 1 : ondes longitudinales dans un milieu continu.
On rappelle que l'équation de propagation d'ondes élastiques longitudinales dans un fluide est de la forme :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

où c_s est la vitesse du son, constante, dans le milieu considéré et $y(x,t)$ une fonction caractéristique de la propagation de l'onde dans le fluide.

1. Dans un premier temps le milieu est supposé illimité.
   (a) Montrer que la fonction $y_1(x,t) = A\cos(\omega t + kx)$ où A, ω et k sont des constantes, représente une onde sinusoïdale progressive dont on indiquera la direction et le sens de propagation.
   (b) Établir la relation entre ω et k.
   (c) Donner la vitesse de phase v_φ et la longueur d'onde λ pour une onde de fréquence f.
   (d) Écrire la fonction $y_2(x,t)$ correspondant à une onde de même direction, même fréquence et même longueur d'onde que celle associée à $y_1(x,t)$, mais se propageant en sens inverse.
2. Le milieu considéré est maintenant limité : il s'étend entre les plans $x = 0$ et $x = L$. On impose aux ondes existant dans le milieu les conditions aux limites suivantes : $y(0,t) = 0$ et $y(L,t) = 0$.
   (a) En envisageant une onde sinusoïdale progressive dans le sens des x décroissants qui subit une réflexion totale en $x = 0$, donner la forme de l'onde progressive réfléchie.
   (b) En déduire que le milieu est le siège d'une onde stationnaire dont on donnera l'expression.
   (c) Donner les longueurs d'onde et les fréquences des ondes stationnaires possibles.

Exercice 2 : modélisation d'un objectif photographique.
Préliminaire.
On considère deux lentilles minces de distances focales images respectives f'_1 et f'_2, de même axe optique et dont les centres optiques O_1 et O_2 sont distants de $d = \overline{O_1O_2}$. On supposera O_1 situé avant O_2 dans le sens de propagation de la lumière.

1. Calculer en fonction de d, f'_1 et f'_2 , la position, par rapport à O_2, de l'image A' d'un point réel A situé à l'infini sur l'axe optique.
2. Dans le cas particulier d'un objet réel à l'infini, en déduire que deux lentilles minces accolées ($d = 0$) peuvent être remplacées par une lentille mince unique de centre optique $O = O_1 = O_2$ et dont la distance focale image f'_{12} est telle que :
$$\frac{1}{f'_{12}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}.$$
On admettra que ce résultat est général pour la suite du problème.

Étude simplifiée d'un objectif photographique.
Dans cette partie, on étudie, de manière simplifiée, le principe d'un objectif photographique et, pour cela, on considère un système optique comprenant, sur un même axe optique, trois lentilles minces L_1, L_2 et L_3, de centre optique respectif O_1, O_2, O_3 et de foyer principal image respectif F'_1, F'_2 et F'_3. On supposera O_1 situé avant O_2 qui est situé avant O_3 dans le sens de propagation de la lumière.
L_1 et L_3 sont identiques, divergentes de distance focale image $f'_1 = f'_3 = \overline{O_1F'_1} = \overline{O_3F'_3} = -60$mm. La lentille L_2 est convergente de distance focale image $f'_2 = \overline{O_2F'_2} = 35$mm.

3. On définit la première position (position 1) lorsque les lentilles L_1 et L_2 sont accolées ($\overline{O_1O_2} = 0$).
   (a) Calculer, en fonction de f'_1 et f'_2, la position, par rapport à O_1, du foyer image F'_{12} de la lentille mince équivalente à l'ensemble des deux lentilles L_1 et L_2.
   Application numérique : calculer $\overline{O_1F'_{12}}$.
   (b) Exprimer, en fonction de f'_1 et f'_2, la distance $e = \overline{O_1O_3}$ entre les deux lentilles L_1 et L_3 pour que le système soit afocal. On rappelle qu'un système afocal est un système optique dans lequel un faisceau incident parallèle à l'axe optique donne lieu à un faisceau émergent également parallèle à l'axe optique.
   Application numérique : calculer e.
   (c) Construire graphiquement la marche d'un faisceau lumineux à travers le système, le faisceau incident étant parallèle à l'axe optique.
   (d) Calculer, en fonction de f'_1 et f'_2 , le grandissement $\gamma_1 = D'/D$ entre le diamètre D' du faisceau émergent et le diamètre D d'un faisceau incident parallèle à l'axe optique.
   Application numérique : calculer γ_1.
4. On définit la deuxième position (position 2) lorsque les lentilles L_2 et L_3 sont accolées ($\overline{O_2O_3} = 0$), la distance $\overline{O_1O_3}$ étant identique à e calculée précédemment.
   (a) Montrer que dans la position 2, le système est encore un système afocal.
   (b) Construire graphiquement la marche d'un faisceau lumineux à travers le système dans la position 2, le faisceau incident étant parallèle à l'axe optique.
   (c) Déterminer dans ce cas, en fonction de f'_1 et f'_2, le grandissement γ_2 entre les diamètres du faisceau de sortie et du faisceau d'entrée.
   Application numérique : calculer γ_2.
5. On veut calculer le grossissement du système dans les positions 1 et 2.
   (a) On se place à nouveau dans la position 1. Construire graphiquement la marche d'un faisceau lumineux à travers le système, le faisceau incident étant constitué de rayons parallèles, inclinés d'un angle α, par rapport à l'axe optique. On notera α' l'angle du faisceau émergent par rapport à l'axe optique.
   (b) En déduire, en fonction de f'_1 et f'_2, la valeur du grossissement $G_1 = \alpha'/\alpha$.
   Application numérique : calculer G_1.
   (c) Quelle est la relation entre G_1 et γ_1 ?
   (d) Déterminer la valeur, en fonction de f'_1 et f'_2, du grossissement G_2 du système dans la position 2.
   Application numérique : calculer G_2.

Rappels :
- $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$

cos ωt sin ωt