Université de Strasbourg Juin 2015

Rattrapage, fonctions à plusieurs variables, L2 S3 Physique

Responsable : M.Delage Durée 1h

Aucun document, téléphone ou calculatrice n'est autorisé durant l'épreuve

1) Indiquer si les formes suivantes sont fermées et/ou exactes. Si elles sont exactes donner une primitive.

a) $w(x,y) = (x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy$

b) $w(x,y) = (3x^2y + 2x + y^3)dx + (x^3 + 3xy^2 - 2y)dy$

2) On considère une plaque homogène de densité surfacique σ délimitée par les courbes $y = 0$ et l'arche de cycloïde paramétrée par :

$$(x(t), y(t)) = (a(t - sin(t)), a(1 - cos(t))) \quad , t \in [0, 2\pi] \quad , a \in \mathbb{R}_+.$$

a) Enoncer le théorème de Green-Riemann pour un domaine Δ délimité par une courbe (C) et pour une forme différentielle $w(x,y) = P(x,y)dx + Q(x,y)dy$.

b) Calculer la masse de la plaque.

c) Calculer les coordonnées du centre de gravité de la plaque.

3) Etudier l'existence et la limite éventuelle en $(0,0)$ de $f(x,y) = \dfrac{x+2y}{x^2-y^2}$.

4) On considère la surface :

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0, x^2 + y^2 - ax \leq 0\}.$$

a) Décrire et représenter la surface S.

b) Donner une paramétrisation sphérique de S.

c) Calculer l'élément de surface de S.

d) En déduire l'aire de S.