UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

L2-Physique

Méthodes mathématiques pour la physique

Contrôle continu, novembre 2013

Documents, calculatrice et téléphones portables interdits

Exercice 1

Dans $\mathbb{R}^3$ on considère le sous-espace vectoriel engendré par les trois vecteurs $e_1 = (1,2,3), e_2 = (3,2,1), e_3 = (-2,0,2)$ que l'on note $F = \mathrm{Vect}(e_1, e_2, e_3)$.

1 La famille $\mathcal{F} = \{e_1, e_2, e_3\}$ forme-t-elle une base de F ? Dans la négative donner une base de F.

2 La famille $\mathcal{F} = \{e_1, e_2, e_3\}$ forme-t-elle une base de $\mathbb{R}^3$? Dans la négative donner une base de $\mathbb{R}^3$ construite à partir de la famille $\mathcal{F}$.

3 Trouver une condition sur x, y, z pour que le vecteur $v = (x, y, z)$ appartienne à $\mathrm{Vect}(e_1, e_2, e_3)$.

Exercice 2

Soit f une application de $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ définie par

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 2x_2, x_1 + 2x_3) \ .$$

1 Calculer le noyau et l'image de f.

2 Trouver une base du noyau et de l'image de f.

3 L'application est-elle injective, surjective, bijective ?

Fin