L2-Physique

CC2

Méthodes mathématiques pour la physique

Contrôle continu, décembre 2013

Documents, calculatrice et téléphones portables interdits

Exercice 1

1 On considère $\mathbb{R}^3$ muni de sa base canonique $\mathcal{B}_3 = \{e_1, e_2, e_3\}$ et $\mathbb{R}^2$ muni de sa base canonique $\mathcal{B}_2 = \{f_1, f_2\}$.

1.1 Soit g_3 une application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ donnée par

$$\begin{aligned} e'_1 = g_3(e_1) &= e_1 - e_2 \ , \\ e'_2 = g_3(e_2) &= e_2 - e_3 \ , \\ e'_3 = g_3(e_3) &= e_1 + e_3 \ . \end{aligned}$$

Montrer que $\mathcal{B}'_3 = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

1.1 Soit g_2 une application linéaire de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ donnée par

$$\begin{aligned} f'_1 = g_2(f_1) &= e_1 - e_2 \ , \\ f'_2 = g_2(f_2) &= e_1 + e_2 \ , \end{aligned}$$

Montrer que $\mathcal{B}'_2 = \{f'_1, f'_2\}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

2. Soit l'application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^2$ donnée par

$$\begin{aligned} g(e_1) &= f_1 + f_2 \ , \\ g(e_2) &= f_1 - f_2 \ , \\ g(e_3) &= f_1 \ . \end{aligned}$$

Exprimer la matrice de l'application g relativement aux bases $\mathcal{B}'_2$ et $\mathcal{B}'_3$.

Exercice 1

Diagonaliser la matrice

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \ .$$

Fin de l'épreuve