Université de Strasbourg

Licence Physique L2 S4
2015-2016

Analyse complexe

Contrôle continu 1

03/02/2016 de 8h à 8h30

Exercice 1. Déterminer les racines 3-ièmes de $-4+4\sqrt{3}i$, et les représenter géométriquement dans le plan complexe.

Exercice 2. On considère les fonctions f et g définies par

$$f(z) = i\frac{z-1}{z+1} \quad \text{et} \quad g(z) = \bar{z}e^{3z^3-z^2}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. La fonction f est-elle holomorphe sur son ensemble de définition ? Si oui, déterminer f'.
3. La fonction g est-elle holomorphe sur son ensemble de définition ? Si oui, déterminer g'.
4. L'équation $f(z) = i$ a-t-elle une solution ? si oui, la déterminer.
5. On note

$$\Delta_1 = \{z \in \mathbb{C} \;\;/\;\; \mathrm{Re}(z) = 0\} \quad \text{et} \quad \Delta_2 = \{z \in \mathbb{C} \;\;/\;\; \mathrm{Im}(z) = 1\}.$$

   (a) Représenter Δ_1 et Δ_2 dans le plan complexe.
   (b) Si $z \in \Delta_1$, que peut-on dire de $|f(z)|$?
   (c) Si $z \in \Delta_2$, montrer que $|-1+i-f(z)| = 1$.
   (d) Représenter géométriquement $f(\Delta_1)$, l'image de Δ_1 par f.
   (e) Représenter géométriquement $f(\Delta_2)$, l'image de Δ_2 par f.