

# Contrôle continu d'électromagnétisme

Durée : 1h

Document et calculatrice interdits. La découverte pendant l'épreuve de tout matériel de communication même éteint entraînera sa saisie.

S. Boukari, C. Genet

27/03/2015

## Questions de cours

1. Écrire les 4 équations de Maxwell dans le vide sans source dans un point de vue local.
2. Dédurre de ces équations l'équation d'onde à laquelle obéissent les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  (rappel :  $\nabla \times (\nabla \times \vec{U}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{U}) - \nabla^2 \vec{U}$ ). Donnez la dimension du produit  $\varepsilon_0 \mu_0$ .
3. Montrer que  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(x, t)$  correspond à une onde plane dont on donnera le plan d'onde et le vecteur directeur.
4. Comment s'écrit l'onde plane dans le cas d'un vecteur directeur quelconque  $\hat{n}$  ?
5. Soit une onde plane, solution de l'équation d'onde de la forme :  $\vec{E}(x, t) = \vec{E}(x - ct)$ . Montrer le caractère progressif de cette onde plane. Définir la vitesse de propagation de l'onde. À partir de l'équation d'onde, relier  $c$  à  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$ .
6. À partir des équations de Maxwell dans le vide sans source (question 1) et dans le cadre de l'onde plane progressive se propageant suivant  $x > 0$ , montrer le caractère transverse des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .
7. Dans ce même cadre, établir à partir des mêmes équations de Maxwell la relation entre  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .
8. Écrire la forme générale d'une onde plane progressive monochromatique se propageant suivant  $x > 0$ . Définissez les termes habituels de vecteur d'onde, pulsation, et phase à l'origine.

## Exercice

Soit un solénoïde torique de section carré constitué de  $N$  spires parcourues par un courant  $I$  (cf. figure ci-dessous). Les spires sont contenues dans des plans contenant  $Oz$ . Le rayon intérieur du tore est  $r_1$  et le rayon extérieur  $r_2$ .

1. Indiquez sur la figure le sens du courant pour le solénoïde vu d'en haut (partie gauche de la figure), ainsi que pour les 2 spires vues en coupes (partie droite de la figure).
2. En étudiant les symétries du solénoïde, expliquez comment déduire l'orientation du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde en un point  $M$  du plan  $Oxy$ . Pour le sens du courant que vous avez choisi, indiquez le sens du champ magnétique en  $M$  sur la partie droite de la figure.
3. En utilisant le théorème d'Ampère, donnez le champ magnétique en un point  $M \in (Oxy)$  à l'intérieur du solénoïde en fonction de  $r = OM$ .
4. Calculez le nombre de spires par unité de longueur  $n(r_2)$  à une distance  $r_2$  du centre.
5. Donnez la relation de discontinuité du champ magnétique lors de la traversée d'une surface parcourue par des courants de surface  $\vec{j}_s$ .
6. Utilisez la relation précédente entre le point  $M$  et  $M'$  de la figure ( $M$  et  $M'$  appartiennent au plan  $Oxy$ ) pour en déduire le champ magnétique en  $M'$ , sachant que la surface traversée est parcourue par une densité surfacique de courant telle que  $\|\vec{j}_s\| = n(r_2)I$ .
7. Retrouvez le champ magnétique en  $M'$  en utilisant le théorème d'Ampère.

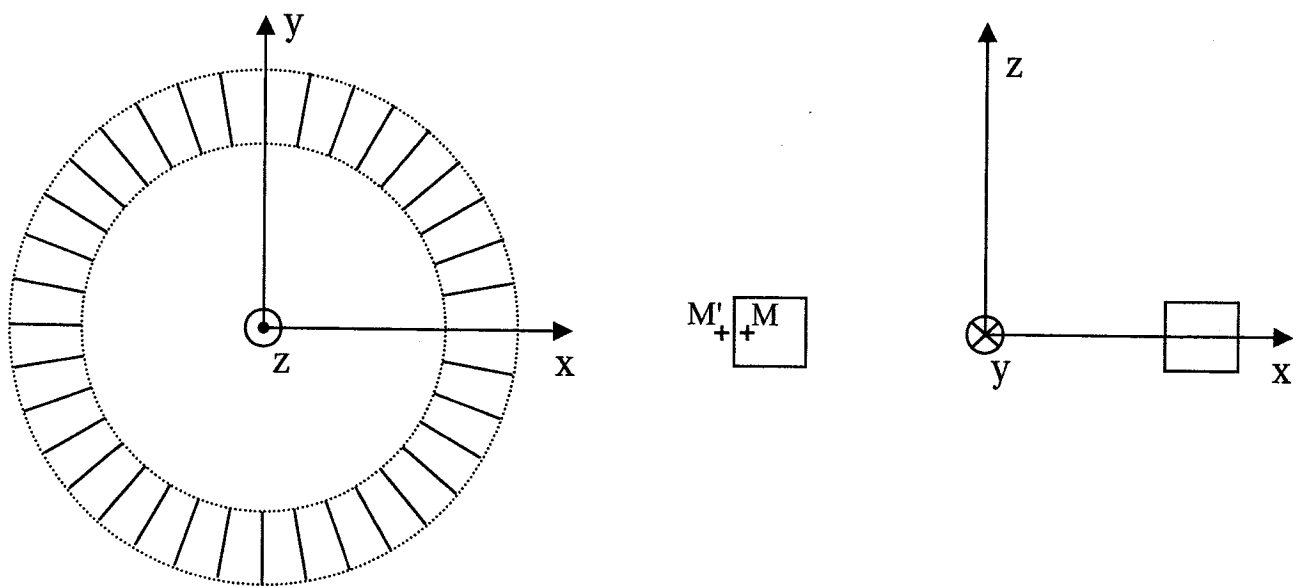


FIGURE 1 - Vue d'en haut (à gauche) et en coupe (à droite) du solénoïde torique.