



LICENCE LPAI L2S4 2016-2017

CC1 – Sujet 15 mars 2017 -10h15-11h15

Amphi Fresnel

*Documents autorisés : Aucun. Calculatrice, smartphone & portable non autorisés.  
Les exercices sont indépendants. Il est demandé de soigner la rédaction et sera prise en compte dans la notation.  
Tous les résultats doivent donc être correctement rédigés et rigoureusement justifiés.  
Le barème est donné à titre indicatif.*

### Exercice 1 (5 points)

On considère la forme différentielle suivante :

$$\omega(x, y, z) = (2xy^3z^4)dx + (3x^2y^2z^4 + z)dy + (4x^2y^3z^3 + y)dz$$

Représente-t-elle une différentielle exacte ? Justifier (2 points) et trouver toutes les fonctions  $f(x, y, z)$  (3 points) telles que :

$$df(x, y, z) = \omega(x, y, z) = (2xy^3z^4)dx + (3x^2y^2z^4 + z)dy + (4x^2y^3z^3 + y)dz$$

### Exercice 2 (extrema libres) 4 points

Soit la fonction  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$ , définie sur  $\mathbb{R}^2$ .

1. Montrer que  $f$  admet trois points critiques.
2. Etudier la nature des points critiques en utilisant les notations de Monge

$$p = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y), \quad r = \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y), \quad q = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} f(x, y)$$

3. Vérifier que  $f(x, y) = (x^2 - y^2)^2 + 2(xy - 1)^2 - 2$ .
4. En déduire que les extrema locaux obtenus précédemment sont en fait des extrema globaux.

### Exercice 3 (4 points)

Un drone se déplace dans l'atmosphère dans un champ de température stationnaire

$$T(x, y, z) = T_0 + a(2x + y - 2z)$$