



Allée de von Karman derrière un cylindre-Image équipe ITD-IMFS

**LICENCE LPAI L2S3 2015-2016**  
**Analyse**

**CC1 - Sujet – Amphi Weiss**

**Dany Huilier – 21 octobre 2015 8h00 - 9h00**

"La Musique est une Mathématique sonore, la Mathématique une Musique Silencieuse"  
(Edouard Herriot, homme politique 1872 – 1957)

**A rédiger sur papier libre, sans aucun document autorisé, portables interdits – TOUTE FRAUDE AVEREE SERA SANCTIONNEE**

**Exercice 1 (7 points)**

On désire résoudre l'équation linéaire du 2<sup>ème</sup> ordre suivante :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 2 \cosh(x) = \exp(x) + \exp(-x)$$

On résoudra d'abord l'équation homogène. Puis on cherchera une solution particulière du type  $y_p(x) = Ax^2 \cdot \exp(x) + B \exp(-x)$ . **Il faudra justifier la forme de cette solution particulière.**

**Exercice 2 (9 points)**

Résoudre le système de 2 équations différentielles couplées

$$\begin{cases} dx/dt = x - 4y \\ dy/dt = -2x - y \end{cases} \quad \text{avec } x(0) = 0, y(0) = 3$$

On mettra ce système sous forme matricielle, on cherchera valeurs et vecteurs propres de la matrice associée, on définira la matrice de passage pour résoudre un système découplé pour trouver les solutions générales du système initial.

→ VERSO

### Exercice 3 (5 points avec bonus)

Montrez que  $\cos^2 x = 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} + o(x^5)$ .

On utilisera le développement limité de  $\cos x$  (2 points) et directement le développement limité de  $\cos^2 x$  (2 points).

Formule de Taylor :  $f(x) = f(0) + x.f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots + \dots + o(x^N)$

