



Allée de von Karman derrière un cylindre-Image équipe ITD-IMFS

**LICENCE LPAI L2S3 2015-2016**  
**Analyse**

**Rattrapage - Sujet**

**Dany Huilier – 31 mai 2016**

"La Mathématique est la reine des sciences et l'Arithmétique est la reine des mathématiques."  
(Carl Friedrich Gauss Neumann 1903-1957)

**A rédiger sur papier libre, sans aucun document autorisé, portables interdits – Le soin, l'écriture seront notés, tous les calculs intermédiaires doivent être donnés.**

**Exercice 1 (10 points)**

On désire résoudre l'équation différentielle d'Euler du 2<sup>ème</sup> ordre suivante :

$$4x^2 \frac{d^2 f(x)}{dx^2} - 4x \frac{df(x)}{dx} - 5f(x) = -10x^2$$

Considérez d'abord l'équation homogène associée (EDO sans deuxième membre) et cherchez les solutions de type :

$$f(x) = x^r$$

Déterminez les 2 valeurs de  $r$  et déduisez-en la forme des solutions générales de l'EDO homogène associée.

Recherchez ensuite la solution particulière

On supposera que la solution particulière est de la forme :  $f_p(x) = Ax^m$

Donnez enfin l'ensemble des solutions de l'équation initiale

**Exercice 2 (6 points)**

Calcul de  $\int_0^\pi (\sin x)^2 (\cos 2x)^2 dx$

**Question**

Linéarisez d'abord  $f(x) = (\sin x)^2 (\cos 2x)^2$  par le biais des formules d'Euler

On partira des formules d'Euler :

$$\exp(ix) = \cos x + i \sin x, \text{ avec } i^2 = -1$$

$$\exp(-ix) = \cos x - i \sin x, \text{ avec } i^2 = -1$$

$$2 \cos x = \exp(ix) + \exp(-ix)$$

$$2i \sin x = \exp(ix) - \exp(-ix)$$

Calculez ensuite l'intégrale  $\int_0^\pi (\sin x)^2 (\cos 2x)^2 dx$

### Exercice 3 (4 points)

Donnez le développement limité de  $f(x) = \sin(4x) + \cos(2x)$  jusqu'au terme  $x^6$  inclus

