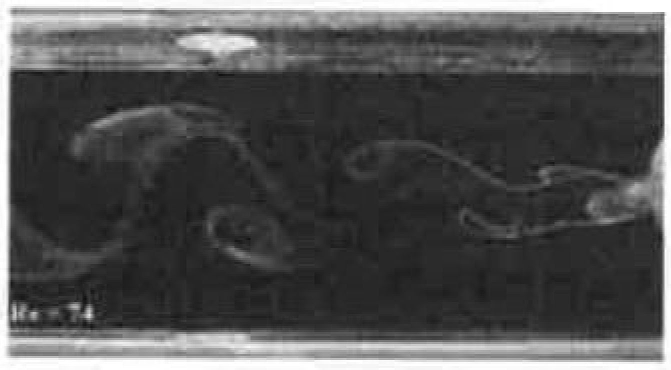

Allée de von Karman derrière un cylindre-Image équipe ITD-IMFS

LICENCE LPAI L2S3 2014-2015

Analyse

CC - Session 2

Dany Huilier –3 juin 2015

Rien n'est plus proche du vrai que le faux ***Albert Einstein 1879 - 1955***

Oscillations et séries infinies

http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_E_M01_G04/co/NLP_E_M01_G04_14.html

Problème - Oscillations couplées (14/20) -Énoncé

On considère deux blocs de masses respectives m_1 et m_2 liés l'un à l'autre par un ressort de constante de raideur k_2 . Le bloc de masse m_1 est lié à un point d'ancrage fixe par l'intermédiaire d'un ressort de constante de raideur k_1 .

La masse des deux ressorts est négligeable et on suppose que l'amplitude de déplacement des deux blocs est toujours suffisamment faible pour que la loi de Hooke soit vérifiée. Finalement, tous les frottements sont considérés comme négligeables.

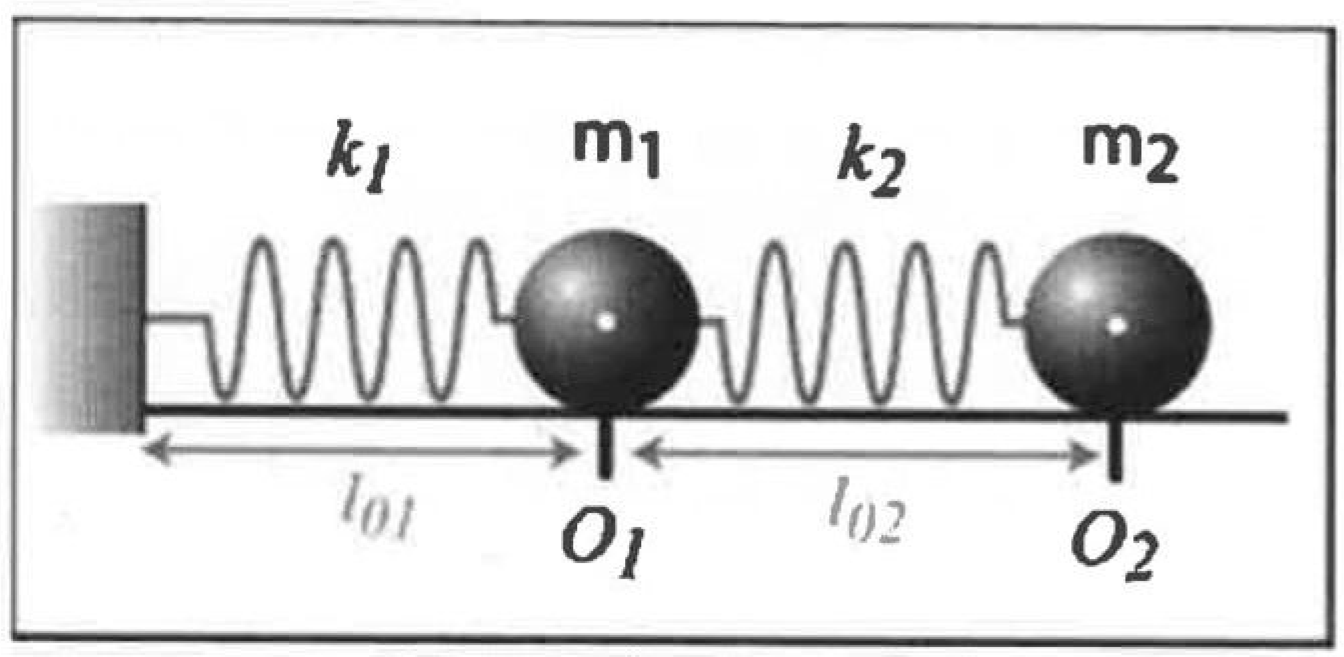

Schéma du dispositif

1. Etablir le système d'équations différentielles gouvernant l'évolution de la position des deux blocs dans le temps, à partir du schéma donné ci-dessous.

Les équations du mouvement s'écrivent alors : $\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2x_1}{dt^2} = T_1 + T_2 = -(k_1 + k_2).x_1 + k_2.x_2 \\ m_2 \dfrac{d^2x_2}{dt^2} = T_{32} = k_2.x_1 - k_2.x_2 \end{cases}$

Montrez d'abord que la série doit vérifier $\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1).a_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$

Montrez ensuite que les coefficients sont liés par la relation de récurrence :

$$(n+2)(n+1).a_{n+2} + a_n = 0$$

Ceci génère 2 séries, l'une engendrée par le paramètre a_0, l'autre par a_1.

Montrez que $a_{2k} = (-1)^k \dfrac{a_0}{(2k)!}$ *et* $a_{2k+1} = (-1)^k \dfrac{a_1}{(2k+1)!}$,

soit $y(x) = a_0 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \dfrac{x^{2k}}{(2k)!} + a_1 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \dfrac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$

Prenez le développement limité de la solution directe $y(x) = \mathrm{Re}(c_1 e^{ix} + c_2 e^{-ix})$ et trouvez par comparaison les relations entre a_0, a_1, c_1 *et* c_2.