



Allée de von Karman derrière un cylindre-Image équipe ITD-IMFS

LICENCE LPAI L2S3 2014-2015
Fonctions à plusieurs variables

CC1 - Sujet

Dany Huilier – 4 mars 2015

Il y a deux sortes de livres de maths : ceux dont on ne lit que la première ligne et ceux dont on ne dépasse pas la première page.

Chen-Ning Franklin Yang (colauréat du prix Nobel de physique de 1957)

A rédiger sur papier libre, aucun document autorisé, pas de calculatrice pas de téléphone portable – TOUTE FRAUDE AVEREE SERA SANCTIONNEE

Exercice 1. Dérivées partielles et développement limité (5 points/20)

Justifier l'existence des dérivées partielles de la fonction $f(x, y) = (x^2 y^5)$ et calculer les dérivées premières et secondes. Ensuite écrire le développement limité à l'ordre 2 de $f(1+h, 2+k)$

Rappel

Dans le cas d'une fonction de deux variables, cette formule devient :

$$f(x+h, y+k) = f(x, y) + h \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + k \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + hk \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) + \frac{k^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) + o(\|h, k\|^2)$$

Exercice 2. Différentielle (2 points/ 20)

On considère la fonction $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 2xy)$. Calculez sa différentielle au point (1,0)

Exercice 3. Calcul des fonctions vérifiant une différentielle (3 points/ 20)

Soit la forme différentielle $df(x, y) = (3x^2 + 2y)dx + (2x + 2y)dy$. Déterminez toutes fonctions $f(x, y)$ vérifiant cette forme différentielle.