

# CONTROLE DES CONNAISSANCES 1 - LICENCE 2\_S4

19 mai 2014

Durée : 1 heure 30.

Les documents, les calculatrices et les téléphones portables ne sont pas autorisés.

---

**Rappel** : dans la notation il sera tenu compte de la clarté de l'exposé des méthodes/outils que vous employez pour résoudre le problème posé.

## I – Application des outils mathématiques

I.1- Résoudre les équations différentielles ordinaires suivantes:

- a)  $y'' - 10.y' + 41.y = \sin x$
- b)  $y'' - 6.y' + 9.y = x^2 e^{3x}$
- c)  $x.y' + (2 + 3x).y = x.e^{-3x}$

I.2- Calculer les intégrales suivantes:

- a)  $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2} dV$  avec D l'espace délimité par le cylindre  $x^2 + y^2 = 16$  et les plans  $z = -5$  et  $z = 4$ .
- b)  $\int_C 2x ds$  où C se compose de l'arc C1, parabole  $y = x^2$  entre  $(0,0)$  et  $(1,1)$  suivi du segment vertical qui relie  $(1,1)$  à  $(1,2)$ .

I.3- Définissez le champ de gradient de  $f(x,y) = x.e^{xy}$ .

## II – Applications à la physique

**II.1-** Un poids de 100N étire un ressort de 50cm au delà de sa longueur au repos. Le poids est tiré vers le bas par rapport à sa nouvelle position d'équilibre avec une vitesse initiale de 0.5m/s et la force d'amortissement du milieu est  $-120(dy/dt)$ , déterminer l'expression de la position y du poids à tout moment t.

On rappelle que l'équation d'oscillation libre d'un poids de masse m au bout d'un ressort de raideur k amortie par un coefficient c  $[-c(dy/dt)]$  est de la forme :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = 0$$

On déterminera les constantes grâce aux données de l'exercice.

**II.2-** Un circuit électrique simple se compose d'une résistance R et d'une inductance L connectée en série avec une force électromotrice constante V. Si au moment  $t=0$  l'interrupteur est fermé le courant I

satisfait l'équation différentielle  $L \frac{dI}{dt} + RI = V$ .

Exprimer I en fonction de t (on déterminera la constante à partir des conditions initiales).

---