**Examen de Physique Statistique - L3**

**novembre 2016 - durée: 1 heure**

**P.A. Hervieux, J. Tribollet**

*(Encadrer vos résultats)*

**Exercice 1:**

On considère un système isolé constitué de deux sous-sytèmes d'oscillateurs harmoniques quantiques, caractérisés par les nombres d'oscillateurs respectifs $N_1$ et $N_2$, ainsi que les énergies respectives $E_1 = N_1\ h\nu/2 + M_1\ h\nu$ et $E_2 = N_2\ h\nu/2 + M_2\ h\nu$ (N1 et N2 >> 1).

On rappelle que chaque oscillateur a pour énergie $e_i = h\nu/2 + n_i\ h\nu$, où $\nu$ est la fréquence et $n_i$ un entier positif ou nul.

**1a/** Initialement ces deux sous-systèmes sont séparés par une paroi fixe et isolante.

Montrer que le nombre d'états microscopiques

- du sous système 1 , s'écrit: $W(E_1) = (M_1 + N_1 - 1)!\ /\ ((N_1 - 1)!\ M_1!)$
- du sous système 2 , s'écrit: $W(E_2) = (M_2 + N_2 - 1)!\ /\ ((N_2 - 1)!\ M_2!)$

(On pourra justifier ces résultats à l'aide d'un dessin et d'une phrase claire en français expliquant le dénombrement à effectuer).

**1b/** calculer l'entropie du système total, notée $S_o$ , dans cette situation initiale.

**1c/** On rend la paroi diatherme mais encore imperméable aux oscillateurs. On fixe l'énergie du système total à E. On pourra poser si besoin dans la suite du problème, $M = M_1 + M_2$ et $N = N_1 + N_2$ . Quel est le nombre d'états microscopiques du système total en fonction de E, $N_1$ et $N_2$ ?

**1d/** Calculer l'entropie microcanonique du système total, notée S.

**1e/** Montrer que $S > S_0$. Commenter.

**1f/** Calculer la température microcanonique T du système total, puis exprimer E en fonction de T, $h\nu$ et N.

**1g/** En déduire les énergies des sous-systèmes à l'équilibre.

**1h/** Montrer alors que l'énergie par oscillateur est la même dans les deux sous-systèmes.

## Exercice 2:

On considère un solide composé d'un ensemble de N atomes portant chacun un spin S=3/2 et un moment magnétique associé. Ces N moments magnétiques sont sans interactions entre eux, et placés dans un champ magnétique Boz parallèle à l'axe Oz. On suppose que la composante du spin j suivant l'axe Oz parallèle à Boz peut avoir quatre valeurs: MSzj = -3/2, -1/2, +1/2, +3/2, ceci pour chaque spin j du solide. L'énergie du jème atome dans ce champ magnétique s'écrit alors: $E_j = g\ \mu_B$ Boz MSzj , où g et $\mu_B$ sont des constantes. Le solide se trouve à l'équilibre à la température T.

On rappelle que: $\sum_{\{\text{sur j, de 0 à N-1}\}} (u^j) = (1-u^N)/(1-u)$.

**2a/** Calculer la fonction de partition d'un seul spin j du solide, z(1,T).

**2b/** Calculer la fonction de partition du solide. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme:

$Z(N,T) = (sh(2a))^N/(sh(a/2))^N$ , avec $a = (g\ \mu_B\ Boz)/(k_B T)$

**2c/** Calculer l'energie interne U des N spins du solide.

**2d/** Calculer l'energie libre F des N spins du solide.

**2e/** Calculer l'entropie S des N spins du solide.

**2f/** Donner les expressions des populations de spins du solide se trouvant dans les différents états possibles MSzj , à T donné. On les notera: N(-3/2,T), N(-1/2,T), N(+1/2, T) et N(+3/2, T).

**2g/** Déterminer les valeurs limites de ces populations, quand a<<1 et quand a>>1.

**2f/** Déterminer la limite de S lorsque a>>1. Commenter à la lumière de 2g/.

*(Encadrer vos résultats)*

## 3/ Questions de cours

**3a/** Ecrire la formule qui relie la fonction de partition de l'ensemble canonique à la densité d'états de l'ensemble microcanique.

**3b/** En quoi consiste la différente entre les ensembles canonique et microcanique en termes d'états accessibles et de probabilités associées ?

*Fin*