L3

Physique Statistique

Examen, première session: 10 janvier 2017, 2 heures

1 Ensemble microcanonique: assemblée de spins

On considère un solide paramagnétique. Une approximation simple est de ramener ce système à une assemblée de N spins 1/2 fixes sur un réseau et qui peuvent s'orienter librement et sans interactions. On pose μ_i la projection du moment magnetique du spin i (= aimantation) selon l'axe des z. En mécanique quantique, μ_i ne peut prendre que deux valeurs $\mu_i = \pm\mu$. Pour des électrons, la valeur de μ introduite ici est le magnéton de Bohr; pour des atomes d'hélium-3 ce serait le magnéton nucléaire. Les deux états du moment magnétique sont souvent notés $|\uparrow>$ et $|\downarrow>$, ou encore $|+>$ et $|->$, ou encore UP et DOWN.

On ne s'intéresse qu'aux états microscopiques (ou, en abrégé, micro-états) qui sont des états propres de l'hamiltonien. Pour décrire un de ces états, il faut et il suffit de donner la valeur des N moments magnétiques μ_i.

1) Combien y-a-t-il d'états microscopiques pour $N = 3$, $N = 4$, N ? Les énumérer pour $N = 3$ et $N = 4$.

2) Quelle est l'aimantation M du système ? Quelle est l'aimantation maximale M_{max} du système ? son taux d'aimantation $m \equiv M/M_{\text{max}}$? On désignera par $N_\uparrow$ et $N_\downarrow$ le nombre de moments magnétiques $|\uparrow>$ ($|\downarrow>$), respectivement.

3) Combien y-a-t-il de micro-états ayant un taux d'aimantation donné ?

4) On plonge le système dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ aligné selon l'axe des z. Ecrire l'énergie d'un moment magnétique individuel. En déduire l'énergie totale du système en fonction du taux d'aimantation.

5) Ecrire l'entropie microcanonique du système. En déduire la température du système.

6) Montrer qu'à haute température la susceptibilité magnétique varie en $1/T$ avec la température. Comment varie le taux d'aimantation à basse température ?

7) Ecrire l'expression de la capacité calorifique du système. Etudier son comportement en fonction de la température.

2 Ensemble canonique: système de molécules à deux niveaux

On considère un système composé d'un grand nombre de molécules N *indépendantes* et *discernables* possédant deux niveaux d'énergie ϵ_1 et ϵ_2 ($\epsilon_1 < \epsilon_2$). On posera $\epsilon = \epsilon_2 - \epsilon_1$. Ce système obéit à la statistique de Maxwell-Boltzmann et est en équilibre "canonique" avec un thermostat à la température T.