Contrôle partiel 2

Durée : 45 minutes

L'usage de la calculatrice et du téléphone portable sont interdits pour cette épreuve.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

1. Loi de Laplace (4 points)

Soit $a > 0$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{a}{2}e^{-a|x|}.$$

1. Tracer l'allure de f.
2. Montrer que f est une densité de probabilité.
3. On dit que la variable aléatoire Y suit la loi de Laplace de paramètre a si Y est continue de densité f. Déterminer l'espérance et la variance de Y de loi de Laplace de paramètre a.
4. Quelle est la loi de $|X|$? (On pourra monter $|X|$ est continue et donner sa densité.)

2. Parapluies, probabilités conditionnelles (2 points)

Le professeur Nimbus a perdu son parapluie en allant à l'université. Il l'a perdu soit dans le bus (probabilité $(1-p)$), soit dans un des étages (avec probabilité $p/4$ pour chacun des étages). Il retourne à pied à l'université et ne le trouve ni au premier ni au dernier étage. Quelle est la probabilité que Nimbus a perdu son parapluie dans le bus ?

3. Des dés, probabilités conditionnelles (2 points)

On dispose d'un lot de 100 dés cubiques dont 50 sont pipés (=truqués). Pour un dé pipé, la probabilité d'obtenir la face notée 6 vaut 1/2.

1. On choisit un dé au hasard dans le lot et on le lance : on constate que l'on obtient un 6. Quelle est la probabilité d'avoir choisi un dé pipé ?
2. Soit $n \geq 1$. On lance le même dé encore $(n-1)$ fois (on l'a donc lancé n fois en tout) et on obtient à nouveau des 6 à chaque lancer (on obtient donc n fois 6en tout). Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?

4. Cours (2 points)

1. Combien y a-t-il de façons de répartir 10 particules discernables en 5 états comportant chacuns 3 sous-états et de façon à ce qu'il y ait 2 particules dans chacuns des états ?
2. Dix mille particules sans interactions entre elles occupent chacune uniformément un volume V. On représente le nombre de particules occupant le sous-volume v par une loi de Poisson. Si $V = 5000 \times v$ quelle est la probabilité qu'il y a exactement 4 particules dans v ? *Indication : combien y a-t-il en moyenne de particules dans v ?*

FIN DE L'ÉPREUVE