

## Contrôle partiel 3.

Durée : 45 minutes

*L'usage de la calculatrice et du téléphone portable sont interdits pour cette épreuve.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

### 1. Démographie en Chine. (4 points)

Un décret du gouvernement chinois n'autorise qu'un seul enfant par couple lorsque cet enfant est un garçon. Cependant il est possible d'avoir un second enfant lorsque le premier enfant est une fille.

On suppose que la probabilité d'obtenir un garçon est  $p \in ]0, 1[$ . Cela concerne chaque naissance, avec indépendance de toutes les naissances. Chaque couple décide de faire au moins un enfant. Si cet enfant est une fille, on suppose que le couple conçoit un nouvel enfant avec probabilité  $q \in [0, 1]$ . Dans une famille donnée, on note  $F$  le nombre de filles et  $G$  le nombre de garçons.

1. Quelles valeurs peuvent prendre  $F$  et  $G$  ?
2. Faire un arbre résumant l'énoncé.
3. Quelle est la loi du couple  $(F, G)$  ?
4. Quel est le nombre moyen de filles et le nombre moyen de garçons dans une famille chinoise ?

### 2. File d'attente. (4 points)

Trois clients A., B. et C. arrivent en même temps à la gare où 2 guichets sont ouverts. A et B occupent immédiatement les 2 guichets. Le client C. prend la place du premier qui a été servi.

Les variables aléatoires  $X, Y, Z$  représentent les temps respectifs que chaque client passe au guichet. On suppose que ces temps de services sont indépendants et suivent tous les trois une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .

1. Sachant qu'un client reste en moyenne 3 minutes au guichet, quelle est la valeur de  $\lambda$  ?
2. Soit  $T$  le temps d'attente de C. avant d'être servi. Calculer la loi de  $T$ .
3. Calculez le temps moyen que C. passe à la gare.
4. **Sachant que** C. attend depuis 5 min., quelle est la loi du temps qu'il lui reste à attendre qu'un des guichets se libère ?

*Rappel : On rappelle que la densité d'une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  est définie sur  $\mathbb{R}^+$  par  $x \mapsto K \exp(-\lambda x)$  où  $K$  est la constante adéquate.*

### 3. Questions de type cours. (2 points)

1. On lance six fois un dé cubique ordinaire. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois un 4 ?
2. Soit  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes. Montrez que  $G_{X+Y}(s) = G_X(s) \cdot G_Y(s)$ .

FIN DE L'ÉPREUVE