Contrôle partiel 3.

Durée : 30 minutes

1. Soient A, B et C trois événements. Calculer $\mathbb{P}(A|B \cap C)$ sachant que $\mathbb{P}(A \cap B|C) = 0,1$ et $\mathbb{P}(B|C) = 0,2$.
2. Calculer l'espérance et la variance d'une loi de Bernoulli de paramètre p.
3. Déduire de la question précédente l'espérance et la variance d'une variable aléatoire de loi binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$.
4. Parmi les égalités suivantes, laquelle exprime-t-elle le fait que la variable aléatoire X est sans mémoire ?

   1) $\mathbb{P}(X > t+s \mid X < t) = \mathbb{P}(X < s)$ 2) $\mathbb{P}(X < t+s \mid X < t) = \mathbb{P}(X > s)$
   3) $\mathbb{P}(X > t+s \mid X > t) = \mathbb{P}(X > s)$ 4) $\mathbb{P}(X > t+s \mid X > t) = \mathbb{P}(X < s)$
   5) $\mathbb{P}(X < t+s \mid X > t) = \mathbb{P}(X < s)$ 6) $\mathbb{P}(X < t+s \mid X < t) = \mathbb{P}(X < s)$

5. Donner la fonction génératrice d'une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$.
6. Soient A et B deux événements. Trouver $\mathbb{P}(B)$ sachant que $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(B|A)$ et $\mathbb{P}(A) = 0,3$.
7. Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes. Exprimer la fonction de répartition de $M = \max(X,Y)$ à l'aide des fonctions de répartition de X et de Y.
8. On lance simultanément 8 dés. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 4 fois le "six" et 3 fois le "un" et 1 fois le "quatre" ? (Il n'est pas nécéssaire de simplifier.)
9. Soit X de loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. Que vaut $\mathbb{P}(X = 10 \mid X \geq 1)$?
10. Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes. Exprimer $\mathbb{V}(X-2Y)$ en fonction de $\mathbb{V}(X)$ et $\mathbb{V}(Y)$.

Barême : Toutes les questions sont sur 1 pt.