

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Mathématique

Contrôle Continu 22 Octobre 2009

Durée : 1 heure

Calculatrices non autorisés

Exercice 1. (1) Soit (E) l'équation $z^2 - (7 + i)z + 10 + 2i = 0$.

(a) Calculer le discriminant Δ associé à (E).

(b) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $8 + 6i$.

(c) En déduire les racines de (E).

(2) Trouvez la décomposition en éléments simples de

$$\frac{z}{z^2 - (7 + i)z + 10 + 2i}$$

Exercice 2. Déterminez si les limites suivantes existent et, si elles existent, calculez-les :

(1)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3})$$

(2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 11n + 14}{n^2 + n - 6}$$

(3)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right) + x$$

(4)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{1 + x}$$

Exercice 3. Soit $f(x) = \sqrt{3}\cos(2x) + \sin(2x) + \frac{1}{2}$.

(1) Prouvez que $f(x)$ a un zéro dans l'intervalle $]0, \frac{\pi}{2}[$.

(2) Prouvez que $f(x)$ est périodique et calculez sa période T .

(3) Trouvez les maxima et minima de $f(x)$ dans l'intervalle $[0, T]$.

(4) Tracez un graphe de $f(x)$ sur \mathbb{R} .