

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG  
Mathématiques en filières Chimie, MPC, Phy et OST  
Contrôle Continu 5 Novembre 2010  
Durée : 1 heure  
Calculatrices et documents non autorisés

**Exercice 1.** Soit  $(E)$  l'équation  $z^2 - (6 - 5i)z + 2 - 16i = 0$ .

- (1) Calculer le discriminant  $\Delta$  associé à  $(E)$ .
- (2) Déterminer les racines carrées du nombre complexe  $3 + 4i$ .
- (3) En déduire les zéros de  $(E)$ .

**Exercice 2.** Déterminez si les limites suivantes existent et, si elles existent, calculez-les :

(1)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+5} - \sqrt{2x-13})$$

(2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + \ln(n)}{n^2 + 2}$$

(3)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin(\frac{1}{x}) + 2 \cos(x))$$

**Exercice 3.** Calculez la dérivée première des suivantes fonctions :

- (1)  $f(x) = \frac{1}{e^x(e^{2x}-1)}$
- (2)  $g(x) = \sin(\cos(x))^2$
- (3)  $h(x) = \ln(\frac{1}{2+3x^2})$

**Exercice 4.** Soit  $f(x) = \frac{1}{x(x^2-1)}$ .

- (1) Calculez le domaine de définition de  $f$  et prouvez que  $f$  n'admet pas de zéro.
- (2) Trouvez les maxima et minima de  $f$  et déterminez s'il s'agit de maxima (et minima) locaux ou absolu.
- (3) Tracez un graphe approché de  $f$  sur son domaine de définition.
- (4) Prouvez qu'il existe exactement une solution à l'équation  $f(x) = 2$  et trouvez valeurs  $a, b \in \mathbb{R}$  telles que l'intervalle  $[a, b]$  contient cette solution.