

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
Mathématiques en filière PY
Contrôle Continu 22 Novembre 2011
Durée : 1 heure
Calculatrices et documents non autorisés

Exercice 1. On considère la fonction f définie par


$$f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}.$$

- (1) Donner le domaine de définition D de f . Justifier que f est continue et dérivable sur D .
- (2) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

- (3) Calculer la dérivée f' de f .
- (4) Donner l'équation de la droite tangente à la courbe de f en $x = 2$.
- (5) Dresser le tableau de variation de f . Tracer le graphe de f .

Exercice 2. À l'aide des développements limités, calculez la limite suivante :


$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1 - x}{\cos(x) - 1}$$

Exercice 3. (1) Donner le développement limité en 0 à l'ordre 3 de $x \rightarrow \ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$.

(2) En déduire un développement limité en 0 à l'ordre 3 de $x \rightarrow \sin\left(\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)\right)$.

(3) Donner un développement en 0 à l'ordre 3 de $x \rightarrow \sqrt{x+1} - 1$.

(4) En déduire un développement limité en 0 à l'ordre 3 de $x \rightarrow \left(\sin\left(\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)\right)\right)\left(\sqrt{x+1} - 1\right)$.