

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
Mathématiques en filières Chimie, MPC, Phy et OST
Contrôle Continu 20 Novembre 2012
Durée : 1 heure
Calculatrices et documents non autorisés

Exercice 1. Soit $f(x) = \ln(x^3 - 2x^2 + 1)$.

- (1) Calculer le domaine de définition de f .
- (2) Trouver les zéros de $f(x)$.
- (3) Calculer $f'(x)$ et trouver (s'ils existent) les maxima locaux et les minima pour $f(x)$. Indication : penser à vérifier si $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est plus grand que $\frac{4}{3}$.
- (4) Calculer

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}(1-\sqrt{5})^+} f(x), \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x).$$

Puis, en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires, prouver qu'il existe deux points du graphe de f où la droite tangente a 1 pour coefficient directeur.

- (5) Dresser le tableau de variation de f et dessiner le graphe de f .

Exercice 2. Calculer les dérivées premières des fonctions suivantes :

- (1) $f(x) = e^{\sin(x)}(\cos(x) + 1)$ sur \mathbb{R} .
- (2) $g(x) = \ln((1 + x^2)^{\sin(x)})$ sur \mathbb{R} .
- (3) $h(x) = \arcsin(x^2)$ sur $] -1, 1[$.

Exercice 3. Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de :

- (1) $f(x) = \cos(\sqrt{2}x)$.
- (2) $g(x) = \sqrt{1 + 2x}$.
- (3) $h(x) = \frac{\sqrt{1+2x}}{\cos(\sqrt{2}x)}$.