

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG
Mathématiques en filières Chimie, PC, Physique et STU
Contrôle Continu 17 Novembre 2015
Enseignant responsable : M. Atlagh
Durée : 1 heure
Calculatrices et documents non autorisés

Exercice 1. Pour chacune des trois fonctions suivantes, calculer le domaine de définition et la dérivée première :

- (1) $f(x) = x^2 \exp(1/x^2)$;
- (2) $g(x) = \arcsin(\cos(x))$;
- (3) $h(x) = \sqrt{1 + x^2 \sin^2(x)}$.

Exercice 2. Calculer les limites suivantes :

(1)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan\left(1 - \frac{\exp(x)}{x}\right).$$

(2)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} \ln(x)}{1 + x^2}.$$

Exercice 3. Soit f la fonction définie, pour tout réel non nul, par $f(x) = \sin(x) \sin(1/x)$.

- (1) Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.
- (2) Soit g la fonction définie par

$$g(x) = \begin{cases} xf(x) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

La fonction g est-elle dérivable sur \mathbf{R} ? Calculer $g'(x)$ en tout point où g est dérivable.

Exercice 4. Soit $f(x) = \sqrt{2 \cos^2(x) - 1}$.

- (1) Déterminer le domaine de définition D de f .
 - (2) Montrer que f est une fonction paire, périodique et de période π .
 - (3) Dans la suite, l'étude de la fonction f est restreinte à $D \cap [0, \frac{\pi}{2}]$. Trouver les zéros de $f(x)$.
 - (4) Calculer $f'(x)$ et trouver (s'ils existent) les maxima et minima locaux de $f(x)$.
 - (5) Dresser le tableau de variation de f et dessiner le graphe de f .
-