Université de Strasbourg
UFR de Physique et Sciences pour l'Ingénieur

Octobre 2011

Licence de Physique et Sciences Pour l'Ingénieur - 1ère Année
Contrôle Continu de Mécanique n° 1
Aucun document n'est autorisé. Aucune calcularice n'est autorisée.
Durée 2 heures

Exercice 1

Des expériences ont montré que la vitesse $\vec{v}$ du son dans un gaz n'est fonction que de la masse volumique ρ du gaz et de son coefficient de compressibilité χ. On suppose que l'expression de $v = \|\vec{v}\|$ est donnée par une relation de la forme

$$v = k\chi^x \rho^y$$

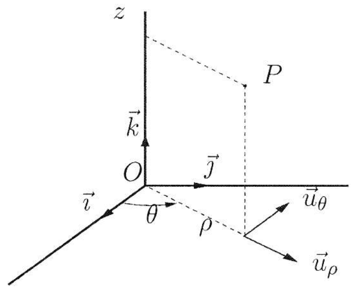
où k, x et y sont sans dimension.

1 - Sachant que χ a la dimension de l'inverse d'une pression, déterminer la dimension de χ. On rappelle qu'une pression est une force par unité de surface.

2 - Déterminer x et y par l'analyse dimensionnelle.

Exercice 2 (Question de cours)

Un point matériel P est en mouvement par rapport à un référentiel $\mathscr{R}$ muni du repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On note $\rho(t)$, $\theta(t)$ et $z(t)$ les coordonnées cylindriques de P et $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{k})$ la base locale orthonormée correspondante. Les coordonnées ρ, θ et z sont des fonctions du temps t et le mouvement de P est quelconque.



1 - Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OP}(t)$ dans la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{k})$.

2 - Calculer la vitesse $\vec{v}$ de P dans $\mathscr{R}$. On exprimera le résultat dans la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{k})$.

3 - Calculer l'accélération $\vec{a}$ de P dans $\mathscr{R}$. Préciser l'accélération radiale et orthoradiale de P. On exprimera les résultats dans la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{k})$.

Exercice 3

Les coordonnées cartésiennes (x, y, z) d'un point matériel M évoluant dans un référentiel $\mathscr{R}$ muni du repère cartésien $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, sont données en fonction du temps t par :

$$x(t) = R\cos\omega t, \quad y(t) = R\sin\omega t, \quad z(t) = \alpha t$$

où R, ω et α sont des constantes.

1 - Calculer la vitesse $\vec{v}$ et l'accélération $\vec{a}$ de M en coordonnées cartésiennes.

2 - Comparer l'accélération calculée à la question précédente à celle du mouvement défini par la projection du mouvement de M dans le plan xOy.

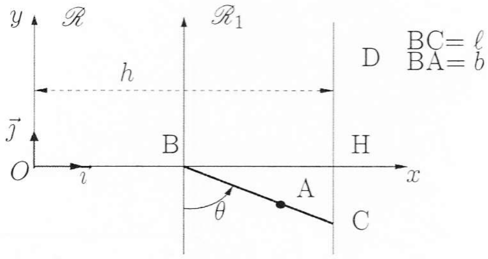
3 - Calculer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$, la vitesse $\vec{v}$ et l'accélération $\vec{a}$ de M en coordonnées cylindriques. (On définira le repère cylindrique utilisé).

4 - Calculer $\vec{v} \cdot \vec{a}$.

5 - Calculer $\|\vec{v}\|^2$ et retrouver le résultat obtenu à la question précédente.

Exercice 4

On considère une tige BC de longueur ℓ. Dans un référentiel $\mathscr{R}$ muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, l'extrémité B se déplace le long de l'axe Ox de vecteur unitaire $\vec{\imath}$, et l'extrémité C se déplace le long d'une droite fixe D parallèle à l'axe Oy de vecteur unitaire $\vec{\jmath}$ (voir figure). On note OH= h la distance entre la droite D et l'axe Oy. La position, dans le plan xOy, d'un point A de la tige BC est caractérisée par l'angle $\theta(t) = (-\vec{\jmath}, \overrightarrow{BC})$ avec $d\theta/dt$ = constante. On note b la distance BA.



1 - Montrer que dans $\mathscr{R}$, les coordonnées de A sont données par $x = h - (\ell - b)\sin\theta$ et $y = -b\cos\theta$.

2 - Déterminer l'équation de la trajectoire du point A dans le référentiel $\mathscr{R}$. Quelle est la nature de la trajectoire ?

3 - Dans le référentiel $\mathscr{R}$, exprimer les composantes de la vitesse $\vec{v}_{\mathscr{R}}(A)$ et de l'accélération $\vec{a}_{\mathscr{R}}(A)$ du point A, dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$,

4 - On considère le référentiel $\mathscr{R}_1$ muni du repère $(B, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ en translation rectiligne non-uniforme par rapport à $\mathscr{R}$. Calculer dans $\mathscr{R}_1$, la vitesse et l'accélération de A. Quelle est la trajectoire de A dans $\mathscr{R}_1$?

5 - Calculer la vitesse d'entrainement $\vec{v}_e$ et l'accélération d'entrainement $\vec{a}_e$ du point A.

6 - Par composition des vitesses et des accélérations, calculer dans le référentiel $\mathscr{R}$ la vitesse et l'accélération de A.