

Contrôle continu N° 2 du cours Méthodes Mathématiques de la Physique

(Calculatrices et portables non autorisés, documents non autorisés)

(Tout résultat non justifié sera considéré comme inexistant)

Exercice 1 (6 points)

Calculer les intégrales suivantes et vérifier, en dérivant le résultat obtenu, l'exactitude de vos calculs :

a) $\int x e^{-x^2} dx$ (intégration par changement de variable)

b) $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$ (intégration par changement de variable)

c) $\int x \ln x dx$ (intégration par parties)

d) $\int x e^{\alpha x} dx$

e) $\int \frac{x-3}{x^2-1} dx$

Exercice 2 (6 points)

Calculer les intégrales impropres suivantes :

a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2}$,

b) $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$,

c) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$,

d) $\int_0^1 e^{-\frac{1}{x}} \frac{1}{x^2} dx$.

Exercice 3 (8 points)

Etudier les séries suivantes et expliquer selon quel critères on peut dire que ces séries convergent ou divergent :

a) $S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$,

b) $S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$,

c) $S_3 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^3}$,

d) $S_4 = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2^n (n+1)}$.