Juin 2011

UNIVERSITE de Strasbourg
Mention: PSI
Licence Sciences 1ère année

EXAMEN DE L'OPTION "METHODES MATHEMATIQUES"

(durée: 1:30 heures)

Problème 1

Donner les dérivées premières des fonctions suivantes:

a) $f(x) = x \cos^2(2x)$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\cos(\alpha x)}$

c) $f(x) = \cot(\alpha x) = \dfrac{\cos(\alpha x)}{\sin(\alpha x)}$

d) $f(x) = \ln\left[\sin x\right] - x \cot x$

e) $f(x) = \dfrac{\alpha x - 1}{\alpha^2}\, e^{\alpha x}$

Problème 2

Résoudre les intégrales suvantes:

a) $\displaystyle\int x\, e^{\alpha x}\, dx$

b) $\displaystyle\int \frac{dx}{\alpha x + \beta}$

c) $\displaystyle\int \frac{dx}{x + (\ln x)^3}$

Problème 3

Etudier les propriétés de convergence de la série

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 4n + 1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 \mp \cdots .$$

Problème 4

Résoudre les équations différentielles et vérifier que la solution trouvée résoud effectivement l'équation différentielle :

a) $x^2 f'(x) - f(x) = 0\,, \qquad 0 < x < \infty$

b) $f'(x) - f(x) = x\,, \qquad f(0) = 0\,.$

Problème 5

Donner la solution générale de l'équation différentielle inhomogène

$$f''(x) + 4\,f'(x) + 4\,f(x) = 0\,.$$

Quelle est la solution qui satisfait aux conditions initiales

$$f(x=0) = 1, \quad f'(x=0) = 0\ ?$$