Université de Strasbourg
Licence 1ère année PSI

Mai 2013
Durée 1 heure

Contrôle continu N° 3 du cours Méthodes Mathématiques de la Physique
(Calculettes et portables non autorisés, documents non autorisés)
(Tout résultat non justifié sera considéré comme inexistant)

Exercice 1 (5 points)

Trouver un ensemble de solutions linéairement indépendantes pour chacune des équations différentielles suivantes et donner deux critères qui permettent de vérifier que les solutions ainsi trouvées constituent effectivement un système fondamental de l'équation différentielle. Donner la solution générale de chacune de ces équations différentielles.

a) $f''(x) + 4\,f'(x) + 4\,f(x) = 0$, b) $f''(x) + 2\,f'(x) + 2\,f(x) = 0$.

Exercice 2 (5 points)

Donner la solution générale de chacune des équations différentielles suivantes :

a) $x^2\,f'(x) - 2\,f(x) = 0$, b) $f'(x) - 5\,x^2\,f(x) = e^{-\frac{5}{3}x^3}$.

Exercice 3 (4 points)

Sachant que $f_1(x) = e^{3x}$ est une solution de l'équation différentielle

$$x f''(x) + (x-1) f'(x) + (3-12x) f(x) = 0\,,$$

en construire une deuxième par la méthode de la réduction de l'ordre.

Exercice 4 (6 points)

On cherche à résoudre l'équation différentielle inhomogène

$$9\,x^2\,f''(x) + 6\,x\,f'(x) - 2\,f(x) = 12\,x\,.$$

a) Commencer par résoudre l'équation différentielle homogène. De quel type est cette équation différentielle ? Donner un système fondamental pour cette équation différentielle. Dans quelle intervalle de l'axe réel peut-on trouver une solution ?

b) On construira ensuite explicitement une solution particulière $f^*(x)$ de l'équation différentielle inhomogène.

c) Donner la solution de l'équation différentielle qui satisfait aux conditions initiales

$$f(x=1) = 3\,, \qquad f'(x=1) = 4\,.$$